



# INDEKS

Inovasi Dinamika Ekonomi dan Bisnis

CV. Merak Khatulistiwa

Volume 1 Nomor 2, Desember 2024

<https://ejournal.merakkhatulistiwa.com/index.php/indeks>

## PENGGUNAAN LP RELAXATION DAN INTEGER PROGRAMMING UNTUK ALOKASI ARMADA TRAVEL

Y Rahmat Akbar<sup>1</sup>, Nefrida<sup>2</sup>

<sup>1 2</sup> Universitas Persada Bunda Indonesia

\*Correspondence Email: [yrahmat.akbar@stiepersadabunda.ac.id](mailto:yrahmat.akbar@stiepersadabunda.ac.id)

### ABSTRACT

*Optimizing fleet allocation is one of the main challenges for travel companies in an effort to meet passenger needs while maximizing revenue. This research aims to develop a mathematical model based on Linear Programming (LP) Relaxation and Integer Programming to determine the optimal combination of executive and economy car use. The research results show that to produce optimal profits with existing constraints and limitations, the company can allocate fleets by allocating 3 vehicles for executive class and 4 vehicles for economy class. With this allocation, the company will gain a maximum profit of IDR 9,300,000 for one trip. The analysis also reveals that the LP Relaxation approach provides an initial solution that is close to optimal, but only Integer Programming produces an implementable solution in the form of integers.*

**Keywords:** Integer Programming, Linier Programming, Relaxation

### ABSTRAK

Optimalisasi alokasi armada merupakan salah satu tantangan utama bagi perusahaan travel dalam upaya memenuhi kebutuhan penumpang sekaligus memaksimalkan pendapatan. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematis berbasis *Linear Programming* dan *(LP) Relaxation Integer Programming* guna menentukan kombinasi optimal penggunaan kendaraan eksekutif dan ekonomi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa untuk menghasilkan keuntungan optimal dengan kendala dan keterbatasan yang ada, alokasi armada yang dapat dilakukan perusahaan yaitu dengan mengalokasikan 3 unit kendaraan untuk kelas eksekutif dan 4 unit kendaraan untuk kelas ekonomi. Dengan alokasi tersebut, perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimal sebesar Rp.9.300.000,- untuk satu kali trip. Analisis juga mengungkapkan bahwa pendekatan *LP Relaxation* memberikan solusi awal yang mendekati optimal, namun hanya Integer Programming yang menghasilkan solusi implementatif dalam bentuk bilangan bulat.

**Kata Kunci:** Program Integer, Program Linier, Relaksasi

## **Pendahuluan**

Industri transportasi merupakan sektor yang terus berkembang seiring dengan peningkatan kebutuhan mobilitas masyarakat. Salah satu subsektor yang mengalami perkembangan pesat adalah layanan transportasi berbasis travel, yang menawarkan kenyamanan dan fleksibilitas bagi penumpang. Namun, peningkatan permintaan ini juga diiringi oleh tantangan dalam pengelolaan armada untuk memastikan efisiensi operasional dan optimalisasi pendapatan (Rahman & Smith, 2020).

Sebuah perusahaan travel memiliki 40 unit kendaraan dengan dua tipe yaitu kelas eksekutif atau kelas ekonomi. Kendaraan kelas eksekutif memiliki kapasitas maksimal untuk 15 orang penumpang dengan harga tiket Rp100.000/orang. Sedangkan kendaraan kelas ekonomi memiliki kapasitas maksimal untuk 30 orang penumpang dengan harga tiket Rp40.000/orang. Untuk satu kali trip, kendaraan kelas eksekutif dapat diberangkatkan sebanyak 8 unit dan 4 unit untuk kendaraan kelas ekonomi. Rata-rata jumlah penumpang setiap tripnya paling banyak 200 orang penumpang.

Salah satu masalah utama yang dihadapi oleh perusahaan travel adalah alokasi armada dengan kapasitas dan jenis layanan yang berbeda, seperti kendaraan kelas eksekutif dengan kapasitas lebih kecil tetapi harga tiket lebih tinggi, serta kendaraan kelas ekonomi dengan kapasitas lebih besar tetapi harga tiket lebih rendah. Penggunaan kendaraan yang tidak optimal dapat mengakibatkan penurunan pendapatan, peningkatan biaya operasional, dan ketidakpuasan pelanggan. Sehingga kendala yang diperhitungkan meliputi total kebutuhan penumpang, keterbatasan jumlah armada, dan kapasitas kendaraan. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan matematis untuk memaksimalkan pendapatan sekaligus memenuhi kebutuhan penumpang.

Pendekatan *Integer Programming* dan *Linear Programming (LP) Relaxation* dapat menjadi solusi yang efektif dalam memecahkan masalah pengelolaan armada ini (Bazaraa, et.al., 2011). Metode ini memungkinkan perusahaan untuk menentukan kombinasi optimal penggunaan kendaraan eksekutif dan ekonomi yang memenuhi batasan kapasitas penumpang, ketersediaan kendaraan, dan

kendala lainnya. Dengan demikian, penerapan model matematis ini diharapkan dapat memberikan kontribusi signifikan terhadap efisiensi operasional perusahaan travel.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model alokasi armada berbasis *Integer Programming* dan *LP Relaxation* guna memaksimalkan pendapatan perusahaan travel dengan mempertimbangkan faktor kapasitas kendaraan, harga tiket, dan jumlah armada yang tersedia. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan landasan ilmiah dan praktis bagi pengambilan keputusan strategis dalam industri transportasi.

## Metode

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode pemodelan matematis berbasis *Integer Programming (IP)* dan *Linear Programming (LP) Relaxation* (Dantzig, 1998). Langkah awal adalah merumuskan permasalahan alokasi armada travel ke dalam model matematis, dengan mendefinisikan variabel keputusan, fungsi tujuan, dan kendala-kendala yang relevan (Akbar, 2020). Data yang digunakan mencakup kapasitas kendaraan kelas eksekutif dan ekonomi, harga tiket per penumpang, jumlah total kendaraan yang tersedia, serta kebutuhan penumpang yang harus dilayani. Model ini kemudian dianalisis menggunakan perangkat lunak optimasi yaitu *QM For Windows V5*.

Analisis dilakukan dalam dua tahap, yaitu *LP Relaxation*, di mana pembatasan bilangan bulat pada variabel keputusan diabaikan untuk memperoleh solusi awal, dan *Integer Programming*, yang memberikan solusi optimal dengan memperhitungkan batasan bilangan bulat (Bertsimas & Tsitsiklis, 1997). Validasi model dilakukan dengan membandingkan hasil optimasi terhadap skenario operasional nyata perusahaan travel. Selanjutnya, dilakukan interpretasi hasil untuk memberikan rekomendasi strategis terkait alokasi armada guna memaksimalkan pendapatan dan efisiensi operasional.

## Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan data tersebut dapat dilakukan pengelompokan atau identifikasi terhadap variabel keputusan yaitu tipe kendaraan yang akan diberangkatkan

adalah kelas eksekutif (X1) dan kelas ekonomi (X2). Untuk menentukan formulasi tersebut, digunakan simbol X1, X2, dan Z dimana :

X1 = Kendaraan kelas eksekutif

X2 = Kendaraan kelas ekonomi

Zmax = Jumlah pendapatan dari penjualan tiket kelas eksekutif dan ekonomi.

Keterbatasan sumber daya dapat dibuat formulasi batasan-batasan sebagai berikut:

- Kapasitas kendaraan kelas eksekutif (X1) maksimal 15 orang penumpang dan kendaraan kelas ekonomi (X2) maksimal 30 orang penumpang dengan rata-rata jumlah penumpang sebanyak 200 orang penumpang.
- Jumlah kendaraan kelas eksekutif (X1) dapat diberangkatkan untuk setiap tripnya sebanyak 8 unit dan untuk kendaraan kelas ekonomi (X2) sebanyak 4 unit dengan jumlah armada sebanyak 40 unit.
- Harga tiket untuk kelas eksekutif adalah Rp100.000/orang dan untuk kelas ekonomi adalah Rp40.000/orang.

Dari informasi tersebut, maka formulasi model matematis untuk fungsi tujuan dan kendalanya adalah :

Memaksimumkan  $Z = (100.000 \times 15) X1 + (40.000 \times 30) X2$

$Z_{\max} = 1.500.000X1 + 1.200.000X2$

$15X1 + 30X2 \leq 200$

$8X1 + 4X2 \leq 40$

### **Analisis Hasil *Linear Programming (LP) Relaxation***

Analisis *Linear Programming (LP) Relaxation* merupakan analisis awal yang digunakan untuk mengetahui jumlah alokasi armada dalam memperoleh pendapatan optimal bagi usaha travel melalui data yang diperoleh (Akbar & Maraini, 2022). Sebelum dilakukan perhitungan telah dibuat persamaan fungsi tujuan dan 2 fungsi kendala yaitu:

$Z_{\max} = 1.500.000X1 + 1.200.000X2$

$15X1 + 30X2 \leq 200$

$8X1 + 4X2 \leq 40$

$X1, X2 \geq 0$ , non negatif

Hasil implementasi model fungsi tujuan dan fungsi kendala dengan menggunakan aplikasi QM dapat dilihat pada tabel berikut.

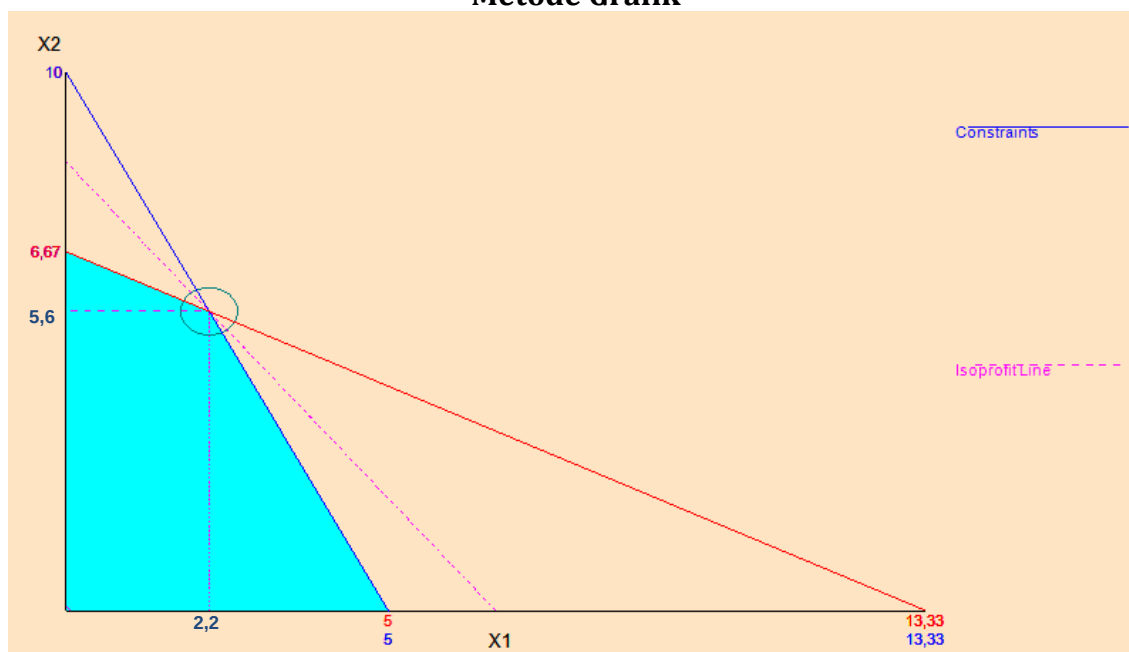
Tabel 1. Implementasi Model

|                     |                     |               |        |         |
|---------------------|---------------------|---------------|--------|---------|
| Original Problem    |                     |               |        |         |
| Maximize            | X1                  | X2            |        |         |
| Kapasitas penumpang | 15                  | 30            | $\leq$ | 200     |
| Jumlah armada       | 8                   | 4             | $\leq$ | 40      |
|                     |                     |               |        |         |
| Dual Problem        |                     |               |        |         |
|                     | Kapasitas penumpang | Jumlah armada |        |         |
| Minimize            | 200                 | 40            |        |         |
| X1                  | 15                  | 8             | $\geq$ | 1500000 |
| X2                  | 30                  | 4             | $\geq$ | 1200000 |

Sumber: output QM for Windows

Hasil perhitungan metode grafik dengan menggunakan aplikasi QM dapat dilihat pada gambar berikut.

**Gambar 1.**  
**Metode Grafik**



Sumber: output QM for Windows

Berdasarkan grafik tersebut diperoleh daerah feasible pada pertemuan garis Kendaraan Kelas Eksekutif (X1) dan Kendaraan Kelas Ekonomi (X2) pada titik (2.2

dan 5,6). Sedangkan hasil perhitungan metode simpleks dapat dilihat pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Metode Simpleks

| Cj          | Basic Variables | Quantity   | 1500000<br>X1 | 1200000<br>X2 | 0<br>slack 1 | 0<br>slack 2 |
|-------------|-----------------|------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| Iteration 1 |                 |            |               |               |              |              |
| 0           | slack 1         | 200        | 15            | 30            | 1            | 0            |
| 0           | slack 2         | 40         | 8             | 4             | 0            | 1            |
|             | zj              | 0          | 0             | 0             | 0            | 0            |
|             | cj-zj           |            | 1.500.000     | 1.200.000     | 0            | 0            |
| Iteration 2 |                 |            |               |               |              |              |
| 0           | slack 1         | 125        | 0             | 22,5          | 1            | -1,875       |
| 1500000     | X1              | 5          | 1             | 0,5           | 0            | 0,125        |
|             | zj              | 7.500.000  | 1500000       | 750000        | 0            | 187500       |
|             | cj-zj           |            | 0             | 450.000       | 0            | -187.500     |
| Iteration 3 |                 |            |               |               |              |              |
| 1200000     | X2              | 5,5556     | 0             | 1             | 0,0444       | -0,0833      |
| 1500000     | X1              | 2,2222     | 1             | 0             | -0,0222      | 0,1667       |
|             | zj              | 10.000.000 | 1500000       | 1200000       | 20000        | 150000       |
|             | cj-zj           |            | 0             | 0             | -20.000      | -150.000     |

Sumber: output QM for Windows

Berdasarkan tabel 2. baris Z tidak lagi ada yang bernilai negatif dan  $c_j - z_j$  bernilai 0 untuk Kendaraan Kelas Eksekutif (X1) dan Kendaraan Kelas Ekonomi (X2) pada iterasi 3. Sehingga solusi yang diperoleh optimal, artinya jika perusahaan travel ingin memperoleh pendapatan yang maksimal maka perusahaan dapat mengalokasikan armada sebanyak :

- Kendaraan Kelas Eksekutif (X1) sebanyak 2,2 unit.
- Kendaraan Kelas Ekonomi (X2) sebanyak 5,6 unit.
- Pendapatan maksimum akan dicapai sebesar  $= 1.500.000(2,2) + 1.200.000(5,6) = \text{Rp.}10.020.000$  untuk satu kali trip.

Hasil yang diperoleh dari linier program belum optimal karena perusahaan tidak mungkin mengalokasikan armada dalam jumlah 2,2 unit atau 5,6 unit. Sehingga diperlukan hasil dalam bilangan bulat yang dapat dianalisis dengan *integer programming*.

### Analisis Hasil *Integer Programming*

Analisis *Integer Programming* digunakan untuk mengetahui jumlah alokasi armada dalam memperoleh pendapatan maksimal dengan hasil optimal dalam bilangan bulat (Silva & Santos, 2019). Berdasarkan formulasi model matematis, maka implementasi model dengan persamaan model *Integer Programming* tersebut adalah :

$$Z_{\max} = 1.500.000X_1 + 1.200.000X_2$$

$$15X_1 + 30X_2 \leq 200$$

$$8X_1 + 4X_2 \leq 40$$

$$X_1, X_2 \in Z \geq 0, \text{ integer}$$

Berdasarkan hasil metode grafik yang diperoleh pada *LP Relaxation*, maka dilakukan alternatif iterasi pada titik yang *feasible* pada gambar 2.

Tabel 3. Titik *Feasible Integer*

| Iteration | Level | Added constraint | Solution type | Solution Value | X1   | X2   |
|-----------|-------|------------------|---------------|----------------|------|------|
|           |       |                  | Optimal       | 9300000        | 3    | 4    |
| 1         | 0     |                  | NONinteger    | 10000000       | 2,22 | 5,56 |
| 2         | 1     | $X_1 \leq 2$     | NONinteger    | 9800000        | 2    | 5,67 |
| 3         | 2     | $X_2 \leq 5$     | INTEGER       | 9000000        | 2    | 5    |
| 4         | 2     | $X_2 \geq 6$     | NONinteger    | 9200000        | 1,33 | 6    |
| 5         | 3     | $X_1 \leq 1$     | Suboptimal    | 8900000        | 1    | 6,17 |
| 6         | 3     | $X_1 \geq 2$     | Infeasible    |                |      |      |
| 7         | 1     | $X_1 \geq 3$     | INTEGER       | 9300000        | 3    | 4    |

Sumber: output QM for Windows

Berdasarkan iterasi tersebut diperoleh beberapa alternatif di daerah *feasible* dengan hasil perhitungan optimal *Integer Programming* adalah nilai solusi maksimal yang dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4. Hasil *Integer Programming*

|                              | X1      | X2      |             | RHS     |
|------------------------------|---------|---------|-------------|---------|
| Maximize                     | 1500000 | 1200000 |             |         |
| Kapasitas Penumpang          | 15      | 30      | $\leq$      | 200     |
| Jumlah Armada                | 8       | 4       | $\leq$      | 40      |
| Variable type (click to set) | Integer | Integer |             |         |
| Solution->                   | 3       | 4       | Optimal Z-> | 9300000 |

Sumber: output QM for Windows

Berdasarkan hasil pengolahan data yang sesuai dengan fungsi tujuan yaitu memaksimalkan pendapatan adalah dengan mengalokasi armada sebagai berikut:

1. Kendaraan Kelas Eksekutif (X1) sebanyak 3 unit
2. Kendaraan Kelas Ekonomi (X2) sebanyak 4 unit

Sehingga berdasarkan fungsi tujuan diperoleh:

$$\begin{aligned}\text{Pendapatan max (Z)} &= 1.500.000X_1 + 1.200.000X_2 \\ &= 1.500.000 (3) + 1.200.000 (4) \\ &= 4.500.000 + 4.800.000 \\ &= \text{Rp.9.300.000,-}\end{aligned}$$

Berdasarkan hasil analisis *integer programming*, maka diperoleh informasi bahwa pendapatan yang diterima per trip untuk kendaraan kelas eksekutif (X1) adalah sebesar Rp1.500.000,- dengan alokasi armada sebanyak 3 unit. Pendapatan yang diperoleh adalah sebesar Rp4.500.000,-. Pendapatan yang diterima per trip untuk kendaraan kelas ekonomi (X2) adalah sebesar Rp1.200.000,- dengan alokasi armada sebanyak 2 unit. Pendapatan yang diperoleh adalah sebesar Rp4.800.000,-. Sehingga total pendapatan yang diperoleh perusahaan travel adalah sebesar Rp9.300.000,- setiap tripnya dengan asumsi perolehan pendapatan tersebut berdasarkan fungsi tujuan dan kendala-kendala yang ada.

## Pembahasan

Hasil optimasi menggunakan metode *Linear Programming (LP) Relaxation* dan *Integer Programming* menunjukkan bahwa alokasi kendaraan eksekutif dan ekonomi secara strategis dapat memaksimalkan pendapatan perusahaan travel, sekaligus memenuhi kebutuhan penumpang dan batasan sumber daya yang tersedia. Dalam penelitian ini, model yang dibangun berhasil menggambarkan kondisi nyata, dengan mempertimbangkan kapasitas kendaraan, harga tiket, jumlah armada, dan total kebutuhan penumpang.

Pada tahap *LP Relaxation*, solusi awal memberikan estimasi alokasi kendaraan yang efisien namun menghasilkan nilai variabel keputusan yang berupa bilangan pecahan. Meskipun solusi ini tidak dapat diterapkan langsung, analisisnya

memberikan gambaran awal mengenai tren alokasi armada. Selanjutnya, dengan mengaplikasikan *Integer Programming*, solusi optimal diperoleh dalam bentuk bilangan bulat, yang lebih sesuai untuk implementasi di lapangan.

Temuan ini menunjukkan bahwa Kendaraan Eksekutif memberikan kontribusi pendapatan yang lebih besar per unit karena harga tiket yang lebih tinggi, namun jumlah kendaraan yang dialokasikan untuk jenis ini dibatasi oleh kebutuhan total kapasitas penumpang dan ketersediaan armada. Sedangkan pada Kendaraan Ekonomi, meskipun kontribusi pendapatan per kendaraan lebih rendah, kapasitasnya yang lebih besar memungkinkan efisiensi dalam memenuhi jumlah penumpang yang lebih banyak dengan lebih sedikit unit kendaraan.

Model ini juga menunjukkan bahwa kombinasi optimal penggunaan kendaraan eksekutif dan ekonomi sangat bergantung pada beberapa faktor, termasuk harga tiket, kapasitas penumpang, dan batasan jumlah kendaraan. Hasil simulasi pada beberapa skenario menunjukkan bahwa perusahaan dapat mengalokasikan lebih banyak kendaraan ekonomi saat kebutuhan kapasitas menjadi prioritas utama, atau lebih banyak kendaraan eksekutif saat memaksimalkan pendapatan menjadi tujuan utama.

Penerapan model ini memberikan beberapa manfaat praktis bagi perusahaan travel, di antaranya adalah:

a. Efisiensi Operasional

Penggunaan kendaraan yang lebih optimal berdasarkan kebutuhan penumpang dan sumber daya yang tersedia.

b. Peningkatan Pendapatan

Alokasi yang strategis antara kendaraan eksekutif dan ekonomi sesuai dengan potensi kontribusi pendapatan masing-masing.

c. Pengambilan Keputusan yang Objektif

Pendekatan berbasis data dan model matematis membantu manajer dalam membuat keputusan yang lebih tepat dan terukur.

Namun, penelitian ini memiliki keterbatasan, seperti asumsi bahwa setiap kendaraan akan terisi penuh, yang mungkin tidak selalu terjadi dalam kondisi operasional nyata. Selain itu, fluktuasi harga tiket dan preferensi penumpang

terhadap jenis layanan (eksekutif atau ekonomi) juga perlu diperhitungkan dalam penelitian lanjutan. Hal ini membuka peluang untuk mengembangkan model yang lebih kompleks, termasuk dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti variasi permintaan dan biaya operasional.

## **Simpulan**

Penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan metode *Integer Programming* dan *Linear Programming (LP) Relaxation* dapat menjadi pendekatan yang efektif untuk mengoptimalkan alokasi armada pada perusahaan travel. Dengan memanfaatkan model matematis yang mempertimbangkan kapasitas kendaraan, harga tiket, jumlah armada yang tersedia, dan kebutuhan penumpang, perusahaan dapat menentukan kombinasi optimal penggunaan kendaraan eksekutif dan ekonomi untuk memaksimalkan pendapatan.

Hasil analisis menunjukkan bahwa kendaraan eksekutif memberikan kontribusi pendapatan yang lebih besar per unit, sementara kendaraan ekonomi lebih efisien dalam memenuhi kapasitas penumpang. Kombinasi optimal dari kedua jenis kendaraan tergantung pada prioritas perusahaan, baik untuk memaksimalkan pendapatan maupun memastikan efisiensi dalam penggunaan armada. Model yang dibangun juga memberikan gambaran strategis bagi pengelola travel untuk menghadapi kendala operasional, seperti keterbatasan jumlah kendaraan dan kebutuhan penumpang yang tinggi.

Meskipun model ini memberikan hasil yang menjanjikan, terdapat beberapa asumsi yang perlu dievaluasi lebih lanjut, seperti tingkat keterisian kendaraan dan preferensi pelanggan terhadap jenis layanan. Penelitian lanjutan dapat mengintegrasikan variabel-variabel tambahan, seperti fluktuasi harga tiket, permintaan musiman, dan biaya operasional, untuk menghasilkan model optimasi yang lebih komprehensif dan realistis. Dengan demikian, hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi acuan dalam pengambilan keputusan strategis yang berbasis data untuk meningkatkan efisiensi dan profitabilitas perusahaan travel.

## **Referensi**

- Akbar, Y. R. (2020). Analisis Kuantitatif, Pengolahan Data Statistik Menggunakan SPSS & Pengumpulan Data Survei Google Form/SurveyMonkey. Purwokerto: CV Pena Persada.
- Akbar, Y. R., & Maraini (2022). Optimasi produksi pada industri kecil dan menengah karya unisi dengan penerapan model linear programming. *Jurnal Inovasi Penelitian*, 2(8), 2883-2892.
- Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., & Sherali, H. D. (2011). *Linear Programming and Network Flows* (4th ed.). Wiley.
- Dantzig, G. B. (1998). *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press.
- Bertsimas, D., & Tsitsiklis, J. N. (1997). *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific.
- Rahman, S., & Smith, D. K. (2000). Optimizing fleet management in the transportation industry. *Journal of Transport Management*, 4(3), 117–128.
- Silva, R. B., & Santos, M. A. (2019). Integer programming model for fleet allocation in a transportation company. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 127, 47–57.